

# Conductivité thermique de matériaux poreux humides : évaluation théorique et possibilité de mesure

A. DEGIOVANNI et C. MOYNE

L.E.M.T.A., Ecole des Mines, Parc de Saurupt, 54000 Nancy, France

(Reçu le 8 Avril 1986)

**Résumé**—Nous développons dans cet article un modèle de transfert simultané de chaleur et de masse en milieu poreux non saturé. La particularité de ce modèle est de mettre en évidence l'influence du gradient de pression totale en phase gazeuse sur le transfert de masse (généralement deux forces motrices sont prises en compte : un gradient de température et un gradient d'humidité). Nous utilisons ce modèle pour, d'une part évaluer de façon théorique la conductivité thermique apparente du milieu poreux et d'autre part, simuler une mesure de type "plaque chaude" et une mesure de type "flash". Les résultats obtenus montrent l'importance fondamentale, à la fois du gradient de pression et des conditions aux limites du système, c'est-à-dire en fait des techniques de mesure.

LES TRANSFERTS simultanés de chaleur et de masse en milieu poreux non saturé interviennent dans de nombreux domaines : séchage, mécanique des sols, thermique du bâtiment... Aussi, la connaissance des propriétés phénoménologiques de ces milieux revêt-elle une grande importance.

En particulier, la "conductivité thermique" qui pose un certain nombre de problèmes de natures différentes, liés :

- (a) à la définition même de la conductivité thermique,
- (b) à l'écriture des modèles de transfert couplé chaleur-masse,
- (c) aux méthodes expérimentales.

Nous développons dans cet article un modèle de transfert simultané de chaleur et de masse en milieu poreux non saturé et nous l'utilisons pour, d'une part évaluer de façon théorique la conductivité thermique apparente du milieu poreux et d'autre part simuler une mesure de type "plaque chaude" et une mesure de type "flash".

## 1. MODELE DE TRANSFERT SIMULTANE DE CHALEUR ET DE MASSE

L'étude des transferts couplés chaleur-masse en milieu poreux non saturé est un champ actif de recherches tant du point de vue de la formulation des lois phénoménologiques—approche mécanique classique ou tentative d'application de la systématique de la thermodynamique des processus irréversibles à des milieux triphasés—que de la description "précise" de la géométrie du milieu assimilé simplement à un milieu continu ou "homogénéisé" par application des techniques de prise de moyenne.

Ici, nous simplifierons notre analyse au moyen des deux hypothèses suivantes :

(1) Le milieu poreux est assimilé à un milieu continu homogène "équivalent". Aussi, les lois phénoménologiques peuvent être introduites par analogie avec les lois des milieux continus. L'approche par prise de moyenne sur un volume élémentaire représentatif légitime d'ailleurs largement cette démarche en présentant l'avantage de spécifier le caractère intrinsèque (au milieu) de ces grandeurs. Cependant, il faut signaler que leur détermination explicite reste un problème très largement ouvert en dehors de géométries extrêmement simplistes (empilements réguliers de sphères) voire "erronée" (tubes capillaires en parallèle non interconnectés).

(2) Le milieu est en équilibre thermodynamique local : c'est à dire qu'en un "point", en fait à l'échelle du volume élémentaire représentatif (échelle intermédiaire entre l'échelle des pores et celle du milieu), les températures moyennes de chacune des phases solide, liquide, gazeuse, sont égales et que la pression de vapeur y est donnée par les lois d'équilibre de la thermodynamique.

Cette question a été minutieusement étudiée par Whitaker [1]; l'argument essentiel pour la validité de cette hypothèse est que le nombre de Fourier (thermique ou massique), construit avec comme grandeur caractéristique l'échelle des pores, soit toujours grand ( $\gg 1$ ) pour des temps faibles devant la durée de l'expérience.

Dans le cas qui nous occupe, cette hypothèse sera généralement vérifiée du fait des temps de contact longs entre les phases solides et fluides. Dans le cas où existent des résistances internes aux transferts de chaleur et de masse entre phases, des modèles ont été développés : en particulier Benet et Jouanna [2, 3] traitent le cas du déséquilibre thermodynamique en incluant un terme de changement de phase.

De plus, nous supposons le milieu poreux indéformable.

## NOMENCLATURE

$a_m$	coefficient de diffusion massique	Symbols grecs	
$b$	saturation des pores	$\delta$	coefficient de thermomigration
$C_p$	chaleur spécifique	$\varepsilon$	porosité
$D$	coefficient de diffusion de la vapeur d'eau dans l'air	$\theta$	angle de mouillage
$D^*$	coefficient de diffusion de la vapeur d'eau défini en milieu poreux	$\lambda$	conductivité thermique "vraie"
$e$	épaisseur	$\mu$	viscosité dynamique
$f$	facteur de résistance à la diffusion	$\nu$	viscosité cinématique
$g$	intensité de la pesanteur	$\rho$	masse volumique
$K$	perméabilité	$\sigma$	tension interfaciale
$k$	coefficient de la matrice conductivité	$\phi$	densité de flux de chaleur
$L_v$	chaleur latente de vaporisation	$\psi$	humidité relative
$M$	masse molaire	$\omega$	fraction massique (en phase gazeuse).
$m$	coefficient de la matrice masse	Indices	
$\dot{m}$	masse d'eau liquide qui s'évapore par unité de volume et de temps	a	air
$P$	pression totale	c	chaleur
$p$	pression partielle	dif	diffusif
$q$	densité de flux	eq	équivalent
$R$	constante des gaz parfaits ou résistance thermique	g	gaz
$r^*$	rayon équivalent des pores	hygr	hygroscopique
$T$	température	i	initial (ou imposé)
$t$	temps	l	liquide
$X$	fraction massique rapportée à la masse anhydre du solide	m	mesuré ou moyen
$X^*$	humidité réduite, $(X - X_{\text{hygr}})/(X_{\text{sat}} - X_{\text{hygr}})$	max	maximum
$x$	coordonnée d'espace.	o	anhydre
		s	solide
		sat	saturé
		v	vapeur
		vs	vapeur saturante.

Dans le cadre des hypothèses précédentes, nous allons développer un modèle de transfert simultané de chaleur et de masse en milieu poreux non saturé. Généralement deux forces motrices sont prises en compte: un gradient de température et un gradient d'humidité. Une telle approche conduit à formuler une hypothèse supplémentaire sur la densité de flux pour le composant inerte de la phase gazeuse que l'on suppose souvent immobile, ce qui conduit à une contradiction avec l'hypothèse d'une pression totale constante en phase gazeuse. Or, la conductivité thermique apparente est un paramètre particulièrement sensible au mouvement de la phase gazeuse: Krischer et Kröll [4] ont montré que l'accroissement de la conductivité thermique en milieu poreux est dû aux mécanismes d'évaporation-condensation, c'est à dire au transport par la vapeur de son enthalpie.

Dans l'analyse qui suit, nous nous proposons de mettre en évidence l'influence de ce troisième terme moteur qu'est le gradient de pression totale en phase gazeuse. Après une description rapide de la méthode de résolution, nous appliquerons ce modèle à la détermination de la conductivité thermique d'un échantillon de béton léger type "Ytong".

## 1.1. Description du modèle

Nous allons d'abord développer ici l'expression des diverses densités de flux en assimilant le milieu poreux à un milieu continu en équilibre thermodynamique local [5].

1.1.1. *Liquide*. Dans le domaine de l'eau capillaire, nous admettons la validité de la loi de Darcy et la notion de perméabilité relative. La densité de flux massique en phase liquide s'écrit alors:

$$q_l = - \frac{K_l}{\nu_l} \left[ \nabla \left( P - \frac{2\sigma \cos \theta}{r^*} \right) - \rho_l g \right] \quad (1)$$

$P$	est la pression totale de la phase gazeuse
$\sigma$	est la tension superficielle de l'eau
$\theta$	est l'angle de mouillage (pour l'eau on admet $\cos \theta \approx 1$ )
$r^*$	le rayon "équivalent" des pores
$K_l$	la perméabilité du milieu à la phase liquide
$\nu_l$	la viscosité cinématique de l'eau
$\rho_l$	la masse volumique de l'eau
$g$	l'accélération de la pesanteur.

Remarquons que cette loi phénoménologique est directement écrite à l'échelle du volume élémentaire

représentatif. Elle peut cependant être déduite des équations de Navier–Stokes écrites au niveau des pores [6].

L'usage veut que l'on fasse apparaître plutôt les gradients de température  $\nabla T$  et de fraction massique  $\nabla X_1$  pour écrire :

$$q_1 = -\rho_o a_{ml} (\nabla X_1 + \delta_1 \nabla T) - \frac{K_1}{v_1} [\nabla P - \rho_1 g] \quad (2)$$

où  $\rho_o$  est la masse volumique anhydre du solide (supposé ici indéformable) où

$$a_{ml} = 2 \frac{K_1}{\rho_o v_1} \frac{\sigma}{r^{*2}} \left( \frac{\partial r^*}{\partial X_1} \right)_T \quad (3)$$

est le coefficient de diffusion massique en phase liquide et

$$\delta_1 = -\frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{dT} \left( \frac{\partial \ln r^*}{\partial X_1} \right)_T \quad (4)$$

est le coefficient de thermomigration en phase liquide.

Le premier terme de l'équation (2) traduit le déplacement du liquide sous l'action des forces capillaires alors que le second traduit la possibilité d'un mouvement convectif sous l'action soit d'un gradient de pression totale en phase gazeuse soit de la gravité.

La relation  $r^* = f(X_1)$  est considérée comme une relation d'équilibre propre à chaque milieu. Encore celle-ci n'est-elle pas strictement unique du fait de l'hystérésis constatée sur les courbes pression capillaire-saturation en phase liquide.

Les coefficients ainsi introduits varient fortement avec la température et surtout l'humidité. Ainsi, la perméabilité en phase liquide et par suite le coefficient de diffusion en phase liquide ( $a_{ml}$ ) décroît de plusieurs ordres de grandeur en dessous d'une humidité critique limite des domaines funiculaire et pendulaire [4, 7].

L'avantage d'une formulation de la densité de flux massique sous la forme (2) est qu'elle peut être étendue au domaine hygroscopique, les coefficients phénoménologiques  $a_{ml}$  et  $\delta_1$  traduisant alors la physique de la migration de l'eau en phase adsorbée.

1.1.2. *Phase gazeuse.* L'analyse du mouvement combiné convection–diffusion en milieu poreux est un vaste problème largement débattu. Ici nous utiliserons une formulation "classique" :

$$q_v = \omega_v (q_a + q_v) - \rho_g D f \nabla \omega_v \quad (5)$$

$\omega_v$  est la fraction massique de vapeur d'eau dans les pores

$D$  est le coefficient de diffusion de la vapeur dans l'air

$f$  est un facteur (éventuellement tensoriel) de résistance à la diffusion

$\rho_g$  est la masse volumique de la phase gazeuse.

Ici nous prolongeons simplement la validité de la relation (5) établie pour les milieux continus par l'intervention du facteur  $f$  de résistance à la diffusion. Ce facteur  $f$  possède un caractère tensoriel et n'est réductible à un scalaire que pour un milieu isotrope.

Hors du domaine hygroscopique, la pression de vapeur dans le milieu poreux est égale à la pression de vapeur saturante qui ne dépend que de la température. Le terme diffusif exprime alors :

$$q_{v, \text{diff}} = -\frac{P}{RT} D f \frac{M_a M_v}{M_g} \nabla \left( \frac{p_{vs}}{P} \right) \quad (6)$$

Le mouvement de diffusion de la vapeur au sein du milieu ne dépend donc plus que du gradient de température dans la phase gazeuse.

L'évaluation théorique du facteur  $f$  est un sujet très controversé : certains auteurs lui attribuent même une valeur supérieure à l'unité [8]. Rappelons brièvement les principaux effets que ce facteur doit prendre en compte :

(1) La réduction de la surface disponible pour le transfert : si l'on admet la loi de Dupuit à l'intérieur du milieu, cette réduction de la surface est proportionnelle à la saturation en phase gazeuse.

(2) La tortuosité des pores : c'est-à-dire l'allongement du trajet par rapport à la direction du gradient moyen.

(3) La constriction des lignes de flux : ce facteur prend en compte le fait que la section transversale de passage varie, d'où l'apparition d'une résistance supplémentaire de constriction [9].

(4) La valeur "moyenne" du gradient de température : du fait de la différence de conductivité thermique entre les phases, le gradient de température dans la phase vapeur est différent du gradient moyen [10, 11].

(5) Le transport de l'eau au travers des ménisques : la prédiction théorique de la densité de flux de vapeur conduisant à une sous-estimation systématique, Philip et de Vries admettent que le transport de la vapeur au travers d'îlots isolés de liquide est quasi-instantané. La modification de courbure du ménisque occasionnée par la condensation de la vapeur crée une différence de pression suffisante pour expliquer un tel mouvement [11].

Dans la présente étude, plutôt que de tenter une approche théorique pour la détermination du facteur, nous avons adopté les valeurs expérimentales fournies par Krischer [4].

L'utilisation de la loi de Darcy permet d'exprimer la densité de flux totale en phase gazeuse. Ici les effets dus à la gravité ont été légitimement négligés ; soit :

$$q_a + q_v = -\frac{K_g}{v_g} \nabla P \quad (7)$$

où

$K_g$  est la perméabilité du milieu à la phase gazeuse  
 $v_g$  est la viscosité cinématique du gaz.

1.1.3. *Densité de flux de chaleur.* Pour exprimer la densité de flux de chaleur au travers du milieu nous écrivons une équation de Fourier :

$$q_c = -\lambda \nabla T. \quad (8)$$

La réduction du vecteur densité de flux à une expression telle que (8) et la détermination de la conductivité thermique  $\lambda$  à partir des conductivités thermiques des différents constituants et de la morphologie du milieu est un travail difficile, même dans le cas où le milieu est composé de deux phases n'échangeant que par conduction [12]. Ce problème devient extraordinairement complexe lorsqu'il faut de plus prendre en compte le mécanisme d'évaporation-condensation (transport par la vapeur en phase gazeuse de son enthalpie et rappel de l'humidité sous forme liquide par capillarité) aux échelles de longueur inférieures à celles du volume élémentaire représentatif.

Ce transport à l'intérieur du volume élémentaire représentatif ne concourt évidemment pas au transfert de masse global mais peut accroître considérablement la conductivité thermique  $\lambda$  du milieu assimilé à un milieu continu apparaissant dans (8).

La relation (8) peut être considérée comme purement phénoménologique bien qu'une justification du raisonnement précédent puisse être trouvée dans Whitaker [6].

## 1.2. Ecriture des équations de conservation

1.2.1. *Bilans thermique et massique.* Les lois phénoménologiques de transport ayant été décrites au paragraphe précédent, nous devons maintenant exprimer les équations de conservation pour l'eau liquide, la vapeur et l'air ainsi que l'énergie :

### Phase liquide

$$\rho_o \frac{\partial X_l}{\partial t} = -\nabla \cdot q_l - \dot{m} \quad (9)$$

où  $\dot{m}$  est la masse d'eau liquide qui s'évapore par unité de volume et de temps.

### Vapeur d'eau

$$\rho_o \frac{\partial X_v}{\partial t} = -\nabla \cdot q_v + \dot{m}. \quad (10)$$

### Air

$$\rho_o \frac{\partial X_a}{\partial t} = -\nabla \cdot q_a. \quad (11)$$

*Energie :* en négligeant les termes de transport convectif (voir Annexe 1) et le terme de pression, il vient

$$\rho_o C_p \frac{\partial T}{\partial t} = -\nabla \cdot q_c - \dot{m} L_v. \quad (12)$$

Dans le terme d'accumulation figure la chaleur spécifique du milieu rapportée à la masse anhydre du solide

$$C_p = C_{ps} + C_{p1} X_1 + C_{pv} X_v + C_{pa} X_a. \quad (13)$$

La chaleur latente de vaporisation  $L_v$  doit éventuellement être majorée de la chaleur de sorption dans le cas où l'eau évaporée est dans le domaine hygroscopique.

### 1.2.2. Système à résoudre.

$$X = X_1 + X_v \simeq X_1. \quad (14)$$

L'addition des deux relations (9) et (10) conduit à l'équation de conservation globale pour l'eau ( $X$  est alors l'humidité du milieu poreux).

D'autre part, le terme  $\dot{m}$  peut être exprimé à partir de la relation (10) dans laquelle on peut négliger le terme d'accumulation devant les termes de transport ou de production

$$\left| \frac{\partial X_v}{\partial t} \right| \ll |\dot{m}| \text{ et } |\nabla \cdot q_v|.$$

Cette approximation, qui n'est pas strictement nécessaire au développement qui suit, s'est révélée toujours largement vérifiée pour l'ensemble des cas étudiés.

Finalement, le système à résoudre s'écrit

$$\rho_o C_p \frac{\partial T}{\partial t} = -\nabla \cdot q_c - L_v \nabla \cdot q_v, \quad (15)$$

$$\rho_o \frac{\partial X}{\partial t} = -\nabla \cdot (q_l + q_v) \quad (16)$$

$$\rho_o \frac{\partial X_a}{\partial t} = -\nabla \cdot q_a \quad (17)$$

$$p_v(T, X) = \Psi(T, X) p_{vs}(T). \quad (18)$$

Aux équations de conservation de l'énergie, de l'eau et de l'espèce inerte, a été ajoutée la relation thermodynamique  $p_v(T, X)$  : la pression de vapeur au sein du milieu est égale à la pression de vapeur saturante éventuellement corrigée selon les lois de sorption.

La résolution numérique de ce problème suppose de remplacer les différentes densités de flux par leurs expressions et de tout exprimer uniquement en fonction de trois variables indépendantes que l'on choisit être  $T, X, P$ .

Le système s'écrit

$$m_{11} \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k_{11} \nabla T + k_{12} \nabla X + k_{13} \nabla P) \quad (19)$$

$$\frac{\partial X}{\partial t} = \nabla \cdot \left( k_{21} \nabla T + k_{22} \nabla X + k_{23} \nabla P - \frac{K_1}{v_1} \frac{\rho_1}{\rho_o} g \right) \quad (20)$$

$$m_{31} \frac{\partial T}{\partial t} + m_{32} \frac{\partial X}{\partial t} + m_{33} \frac{\partial P}{\partial t} = \nabla \cdot (k_{31} \nabla T + k_{32} \nabla X + k_{33} \nabla P) \quad (21)$$

avec

$$m_{11} = \rho_o C_p$$

$$m_{31} = -\frac{\varepsilon M_a b}{\rho_o R T} \left[ \frac{\partial p_v}{\partial T} + \frac{P - p_v}{T} \right]$$

$$m_{32} = -\frac{\varepsilon M_a b}{\rho_o R T} \left[ \frac{\partial p_v}{\partial X} + \frac{\rho_o}{\rho_1 b \varepsilon} (P - p_v) \right]$$

$$m_{33} = \frac{\varepsilon M_a b}{\rho_o R T}$$

où

$$b = 1 - \frac{\rho_o X}{\rho_1 \varepsilon}$$

est la saturation des pores,  $\varepsilon$  est la porosité du milieu et

$$k_{11} = \lambda + \rho_o L_v D^* \frac{\partial \omega_v}{\partial T}$$

$$k_{12} = \rho_o L_v D^* \frac{\partial \omega_v}{\partial X}$$

$$k_{13} = L_v \left( \rho_o D^* \frac{\partial \omega_v}{\partial P} + \frac{K_g}{v_g} \omega_v \right)$$

$$k_{21} = a_{ml} \delta_1 + D^* \frac{\partial \omega_v}{\partial T}$$

$$k_{22} = a_{ml} + D^* \frac{\partial \omega_v}{\partial X}$$

$$k_{23} = \frac{1}{\rho_o} \left( \frac{K_g}{v_g} \omega_v + \frac{K_1}{v_1} \right) + D^* \frac{\partial \omega_v}{\partial P}$$

$$k_{31} = -D^* \frac{\partial \omega_v}{\partial T}$$

$$k_{32} = -D^* \frac{\partial \omega_v}{\partial X}$$

$$k_{33} = \frac{1}{\rho_o} \frac{K_g}{v_g} (1 - \omega_v) - D^* \frac{\partial \omega_v}{\partial P}$$

où

$$D^* = D \frac{\rho_g}{\rho_o} f$$

est le coefficient de diffusion de la vapeur dans le milieu poreux et

$$\omega_v = \frac{p_v M_v}{(P - p_v) M_a + p_v M_v}$$

est la fraction massique de vapeur.

1.2.3. *Résolution numérique.* Le système précédent (19)–(21), auquel il faut adjoindre le jeu de conditions aux limites et initiales dépendant du problème traité est résolu numériquement dans un cas mono-dimensionnel. La méthode numérique utilisée doit être bien adaptée pour traiter les fortes non-linéarités du système obtenu qui sont dues, soit aux variations des coefficients phénoménologiques avec les variables  $T, X, P$ , soit à l'intervention de la pression de vapeur saturante.

La discrétisation en espace utilise la méthode classique de Galerkin.

La discrétisation dans le temps est faite au moyen d'une méthode de Crank–Nicholson.

Le problème obtenu est alors considéré comme un problème *non-linéaire* et est résolu par itérations successives au moyen d'une méthode de Newton.

## 2. NOTIONS DE CONDUCTIVITES THERMIQUES "VRAIE", "APPARENTE" ET "EQUIVALENTE"

En s'appuyant sur le modèle de transfert développé précédemment, nous pouvons introduire les notions

de conductivité thermique "vraie", "apparente" et "équivalente".

L'équation (19) s'écrivant

$$\rho_o C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k_{11} \nabla T + k_{12} \nabla X + k_{13} \nabla P)$$

avec

$$k_{11} = \lambda + \rho_o L_v D^* \frac{\partial \omega_v}{\partial T}$$

montre à l'évidence que la conductivité que l'on peut espérer atteindre par l'expérience est  $k_{11}$ ; nous l'appellerons "conductivité apparente"; nous réservons le terme de conductivité "vraie" à  $\lambda$  qui provient directement de l'écriture de la loi de Fourier (8) sur le milieu continu homogène "équivalent" au milieu poreux (c'est déjà en fait une conductivité "équivalente").

### 2.1. Conductivité "vraie"

Cette démarche ne nous donne aucune indication sur la façon de mesurer ou de calculer la conductivité "vraie" ( $\lambda$ ); celle-ci n'est pas a priori calculable en supposant les diverses phases inertes: comment les condensations–évaporations à l'échelle des pores sont-elles susceptibles de modifier la valeur de  $\lambda$ ? Cette question n'a pas pour l'instant reçu de réponse définitive. Nous donnons en Annexe 2 un résultat montrant l'influence des sources de chaleur hétérogènes sur la valeur de  $\lambda$ .

### 2.2. Conductivité "apparente" et "équivalente"

En ce qui concerne  $k_{11}$ , on ne peut espérer la mesurer que si l'humidité et la pression totale sont uniformes dans l'échantillon ( $\nabla X = \nabla P = 0$ ).

D'autre part, il ne faut pas confondre  $k_{11}$  avec la conductivité thermique "équivalente" introduite par de nombreux chercheurs [4, 11, 13, 14] sous la forme

$$\lambda_{eq} = \lambda + \lambda_{dif} \quad (22)$$

avec

$$\lambda_{dif} = \rho_o D^* L_v \frac{dp_{vs}}{dT} \frac{M_v}{M_g} \frac{1}{P - p_{vs}}$$

Cette conductivité n'apparaît que si l'on suppose l'air macroscopiquement immobile, c'est à dire  $q_a = 0$ , soit par exemple:

- (a) régime permanent,
- (b) face imperméable à l'air.

Dans ce cas, le système (9)–(12) se transforme en toute rigueur en

$$\nabla \cdot q_v = +\dot{m} \quad (23)$$

$$\nabla \cdot (\lambda \nabla T) - L_v \nabla \cdot q_v = 0 \quad (24)$$

$$\nabla \cdot q_a = 0. \quad (25)$$

Compte tenu des conditions aux limites, on déduit de

(25) que l'air est stagnant dans le milieu poreux. D'où

$$q_v = \frac{q_{v\text{air}}}{1 - \omega_v} \quad (26)$$

Soit après calcul

$$q_v = -\frac{K_g}{v_g} \nabla P = -\frac{Df}{RT} M_v \times \left[ \frac{1}{\left(1 - \frac{p_v}{P}\right) + \frac{Df}{RT} M_v \frac{p_v}{P} \frac{v_g}{K_g}} \right] \nabla p_v \quad (27)$$

En dehors du domaine hygroscopique, la pression de vapeur est égale à la pression de vapeur saturante. Si l'on néglige la légère variation de la chaleur latente avec la température, la relation s'écrit

$$\nabla \cdot (\lambda \nabla T - L_v q_v) = \nabla \cdot (\lambda_{\text{eq}} \nabla T) \quad (28)$$

où

$$\lambda_{\text{eq}} = \lambda + L_v \frac{Df}{RT} M_v \frac{1}{\left(1 - \frac{p_{vs}}{P}\right) + \frac{Df}{RT} M_v \frac{p_{vs}}{P} \frac{v_g}{K_g}} \frac{dp_{vs}}{dT} \quad (29)$$

Si le terme

$$\frac{Df}{RT} M_v \frac{p_{vs}}{P} \frac{v_g}{K_g}$$

est négligé devant le terme  $1 - (p_{vs}/P)$  au dénominateur, on retrouve l'expression classique de la conductivité thermique équivalente.

Numériquement, pour  $T = 373 \text{ K}$  et  $P = 1 \text{ atm}$ , ce terme correctif vaut

$$\left( f \frac{4,88 \cdot 10^{-15}}{K_g} \right) \text{ où } K_g \text{ est exprimé en } \text{m}^2.$$

Pour les corps de perméabilité intrinsèque supérieure à  $10^{-13} \text{ m}^2$  cette correction apparaît négligeable sauf, évidemment, au voisinage immédiat du point d'ébullition.

Enfin, la relation (27) rappelle que si l'augmentation de la conductivité thermique équivalente est d'origine diffusivité, un gradient de pression totale en phase gazeuse est physiquement nécessaire à l'intérieur du milieu poreux, ce qui explique que l'on ne retrouve pas l'expression de  $k_{11}$ .

**3. SIMULATIONS DES METHODES DE MESURE**

Il existe plusieurs grandes familles de techniques expérimentales permettant de mesurer les caractéristiques thermiques (conductivité ou diffusivité) de solides homogènes et isotropes. En particulier, les techniques de régimes permanents et celles de régimes impulsionsnels.

Nous allons étudier les résultats obtenus lorsque l'on applique ces techniques à un milieu poreux

humide. Nous utilisons pour cela, d'une part une simulation de "plaque chaude" et d'autre part une simulation de méthode "flash".

**3.1. Conditions d'utilisation du modèle**

**3.1.1. Le matériau.** Le matériau choisi est un béton léger de type Ytong. Krischer et Kröll [4] l'ayant abondamment utilisé dans leurs travaux sur le séchage, on peut disposer à son sujet des valeurs de divers coefficients phénoménologiques avec une certaine fiabilité.

Une évaluation du coefficient de thermodiffusion liquide au moyen de la relation (4) conduit à des valeurs de  $\delta_1$  inférieures à  $6 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ . Aussi, on considérera que  $\delta_1$  est peu différent de 0.

La perméabilité intrinsèque du matériau déterminée à l'air conduit à une valeur moyenne  $K_{\text{sat}} = 10^{-13} \text{ m}^2$ .

Pour la variation des perméabilités liquide et gaz avec l'humidité, la littérature propose de nombreuses expressions très différentes les unes des autres [15], nous avons choisi deux cas extrêmes (voir Fig. 1):

1er cas

$$K_l = K_{\text{sat}} X^{*2} (2 - X^{*2})$$

$$K_g = K_{\text{sat}} (1 + X^{*2} (2X^* - 3))$$

2ème cas

$$K_l = K_{\text{sat}} X^{*4}$$

$$K_g = K_{\text{sat}} (1 - X^{*2}) (1 - X^*)^2$$

avec

$$X^* = \frac{X - X_{\text{hydr}}}{X_{\text{sat}} - X_{\text{hydr}}}$$

Les autres valeurs et expressions nécessaires à la simulation sont données en Annexe 3.

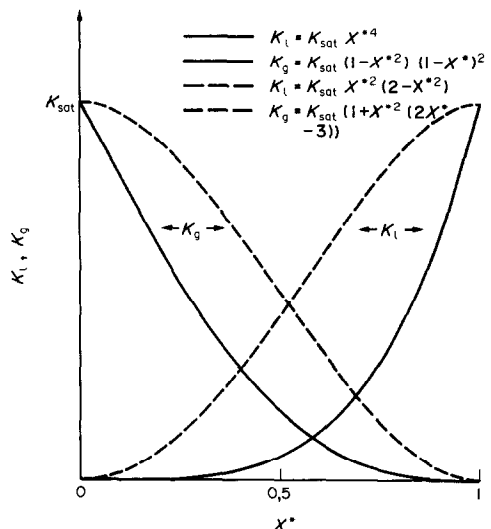


FIG. 1. Variations des perméabilités liquide et gazeuse en fonction de l'humidité réduite.

3.1.2. *Simulation en régime permanent de type "plaque chaude"*. Le modèle est résolu en régime transitoire, le régime permanent étant obtenu pour les temps longs (plus de 5 h). Les conditions aux limites imposées sur les deux faces de l'échantillon sont

1er cas

$$\begin{aligned} x = 0 \quad T &= T_i && \text{température imposée} \\ q_i + q_v &= 0 && \text{face imperméable à l'eau} \\ q_a &= 0 && \text{face imperméable à l'air} \\ x = e \quad \lambda \frac{\partial T}{\partial x} &= \phi_i && \text{densité de flux chaleur} \\ &&& \text{imposée} \\ q_i + q_v &= 0 && \text{face imperméable à l'eau} \\ q_a &= 0 && \text{face imperméable à l'air} \end{aligned}$$

2ème cas

$$\begin{aligned} x = 0 \quad T &= T_i \\ q_i + q_v &= 0 \\ P &= P_i && \text{pression imposée} \\ x = e \quad \lambda \frac{\partial T}{\partial x} &= \phi_i \\ q_i + q_v &= 0 \\ P &= P_i && \text{pression imposée.} \end{aligned}$$

Les conditions initiales sont

$$\left. \begin{aligned} T &= T_i \\ P &= P_i \\ X &= X_i \end{aligned} \right\} \text{ pour tout } x.$$

Les valeurs utilisées sont

$$\begin{aligned} e &= 2,5 \text{ cm} \\ T_i &= 313, 333 \text{ et } 353 \text{ K} \\ P_i &= 101\,325 \text{ Pa (pression atmosphérique)} \\ \phi_i &= 100 \text{ W m}^{-2} \\ X_i &= 0,50. \end{aligned}$$

3.1.3. *Simulation en régime transitoire de type "flash"*. Les conditions aux limites et initiales sont identiques à celles de la "plaque chaude" excepté pour la densité de flux de chaleur :

$$\begin{aligned} x = 0 \quad \lambda \frac{\partial T}{\partial x} &= 0 && \text{flux de chaleur nul} \\ x = e \quad \lambda \frac{\partial T}{\partial x} &= \phi(t) && \text{avec } \phi(t) \text{ une impulsion de} \\ &&& \text{forme triangulaire et de} \\ &&& \text{longueur } t_f = 0,5 \text{ s.} \end{aligned}$$

Les valeurs utilisées sont identiques à celles de la "plaque chaude" excepté l'épaisseur  $e = 1 \text{ cm}$ .

3.1.4. *Prise en compte de la gravité*. D'autre part, l'influence de la gravité est prise en compte. Comme

le modèle est unidirectionnel, seuls trois cas peuvent être considérés de façon réaliste :

- (a) la gravité parallèle et de même sens que  $0x$ ,
- (b) la gravité parallèle et de sens contraire à  $0x$ ,
- (c) la gravité négligée, ce qui simule (imparfaitement) le cas où la gravité est normale à  $0x$ .

### 3.2. Résultats

3.2.1. *Simulation type "plaque chaude"*. Les simulations du type "plaque chaude" sont analysées, d'une part en régime permanent et d'autre part en régime transitoire.

Pour le régime permanent, la conductivité thermique est déterminée par la relation

$$\lambda_m = \frac{e\phi_i}{T(x=e) - T(x=0)}. \quad (30)$$

Les Figs. 2 et 3 donnent les profils de température, d'humidité et de pression en régime permanent dans le cas extrême ( $T_i = 353 \text{ K}$ ). La Fig. 4 compare ces différents profils entre eux.

Plusieurs remarques s'imposent :

(1) Les profils différents de perméabilité induisent des valeurs différentes des perméabilités autour de la valeur moyenne de l'humidité ( $X_i = 50\%$  soit  $X^* = 0,309$ );

$$\begin{aligned} \text{dans le 1er cas} \quad K_i &= 0,18 \cdot 10^{-13} \text{ m}^2 \\ K_g &= 0,77 \cdot 10^{-13} \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{dans le 2ème cas} \quad K_i &= 0,91 \cdot 10^{-13} \text{ m}^2 \\ K_g &= 0,43 \cdot 10^{-13} \text{ m}^2. \end{aligned}$$

(2) Les profils de température ne dépendent que de la condition aux limites, ils sont indépendants des autres paramètres étudiés (pesanteur, perméabilité).

(3) Les profils d'humidité sont, par contre, fonction de tous les paramètres, en particulier la pesanteur a une influence très importante (inversion des gradients d'humidité) surtout lorsque la perméabilité liquide est forte (1er cas).

(4) En ce qui concerne les profils de pression, on constate une différence fondamentale entre les deux conditions aux limites. Dans le cas où le flux d'air est nul ( $q_a = 0$ ), le niveau moyen de pression à l'intérieur du matériau augmente (ce niveau dépend à la fois de la perméabilité et de la pesanteur); on constate, en revanche, que le gradient est indépendant de la pesanteur (la pente des courbes Fig. 4(c) ne dépend que de la perméabilité). D'autre part, ce gradient bien que peu important (100 à 200 Pa), a une influence considérable sur les transferts et en particulier sur la répartition de l'humidité. Dans le cas où la pression est imposée ( $P = P_i$ ), il n'existe quasiment pas de gradient à l'intérieur du matériau (au maximum 10 Pa).

Les résultats concernant la détermination de la conductivité sont regroupés sur les Tableaux 1 et 2 et comparés aux conductivités "vraie", "apparente" et

“équivalente”, calculées à la température moyenne de l'échantillon définie par :

$$T_m = (T(x = e) + T(x = 0))/2.$$

Ces tableaux appellent quelques commentaires :

(1) Tout d'abord, on constate que même pour des températures faibles (40°C), la conductivité “vraie”

( $\lambda$ ) ne rend absolument pas compte du comportement thermique du matériau. Par contre, pour ces températures, il n'y a pas de différence notable entre les conductivités “équivalentes” ( $\lambda_{eq}$ ) et “apparentes” ( $k_{11}$ ) et la conductivité “mesurée” est en très bon accord avec  $k_{11}$  (ou  $\lambda_{eq}$ ) dans tous les cas de figure.

(2) Les profils de température ne dépendent que de

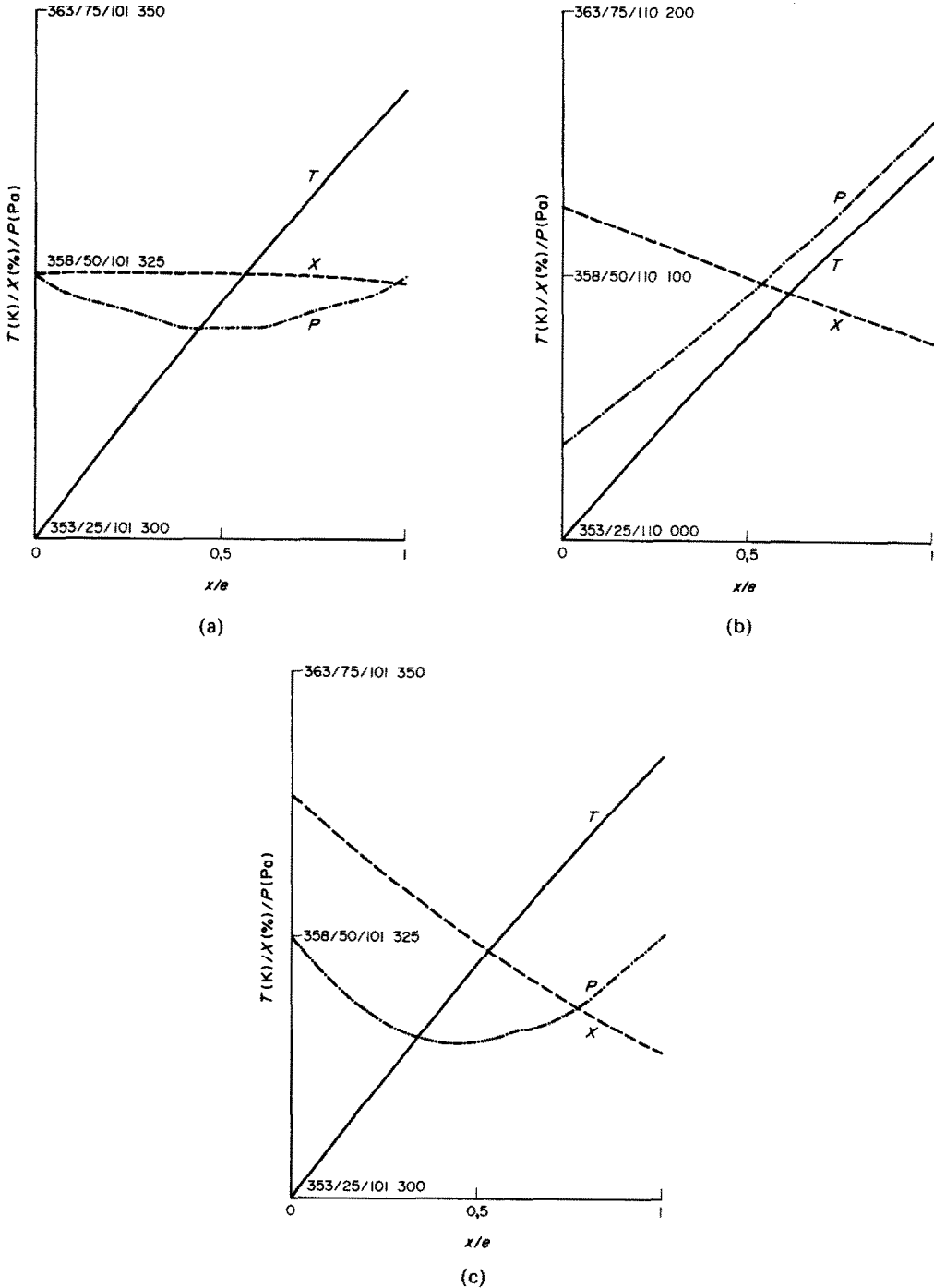
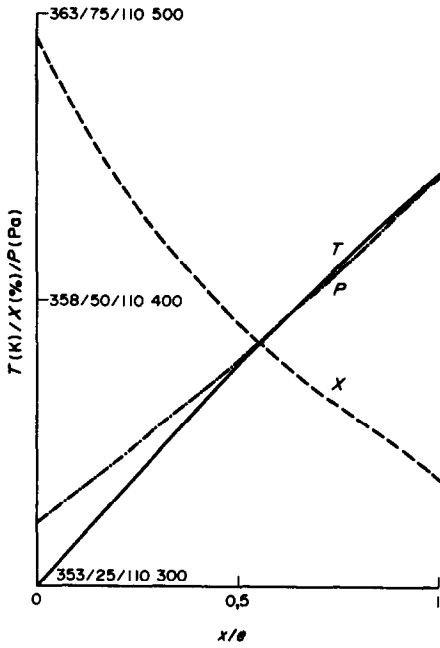
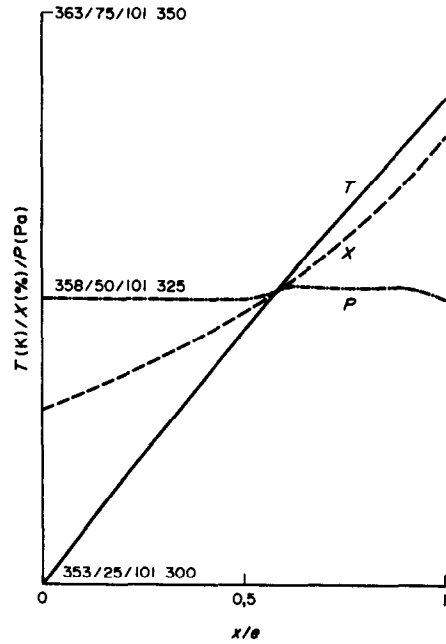


FIG. 2. Profils de température, d'humidité et de pression en régime permanent. 1er cas:  $K_1 = K_{sat} X^{*2} (2 - X^{*2})$ ,  $K_g = K_{sat} (1 + X^{*2} (2X^* - 3))$ : (a)  $P = P_i$ ,  $\theta = \pi/2$ ; (b)  $q_a = 0$ ,  $\theta = \pi/2$ ; (c)  $P = P_i$ ,  $\theta = 0$ ; (d)  $q_a = 0$ ,  $\theta = 0$ ; (e)  $P = P_i$ ,  $\theta = \pi$ ; (f)  $q_a = 0$ ,  $\theta = \pi$ .

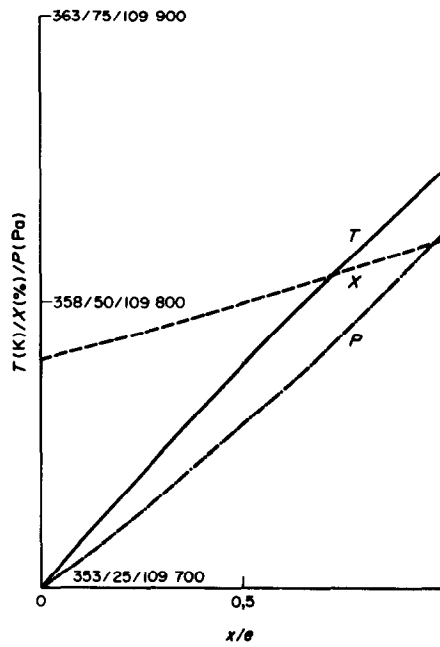




(d)



(e)



(f)

FIG. 2—continued.

la condition aux limites, les valeurs "mesurées" de conductivité sont quasiment indépendantes de la perméabilité et de la pesanteur.

(3) Si on observe les résultats concernant les températures élevées, on constate une très bonne concordance entre la conductivité "mesurée" et  $k_{11}$  pour

la condition  $P = P_1$ : ceci n'est pas trivial, puisque pour obtenir de façon rigoureuse ce résultat, il faudrait que les gradients de pression et d'humidité soient nuls, ce qui n'est absolument pas vérifié pour le second cas. Cette remarque montre que, pour ce qui concerne le comportement thermique, la répartition de pression

a une importance beaucoup plus grande que la répartition de l'humidité. En revanche, il n'y a pas concordance entre la conductivité "mesurée" et  $\lambda_{eq}$  pour la condition  $q_a = 0$ : ceci ne correspond pas à ce que l'on a démontré au chapitre 2.2, puisque ce cas correspond effectivement à  $\lambda_{eq}$ ; mais celui-ci varie

fortement avec la température et la conductivité "mesurée" ne correspond pas à la conductivité "équivalente" calculée ni à la température moyenne, ni à la température initiale. Il faudrait utiliser une identification avec un modèle de transfert thermique non linéaire à la place de la relation (30).

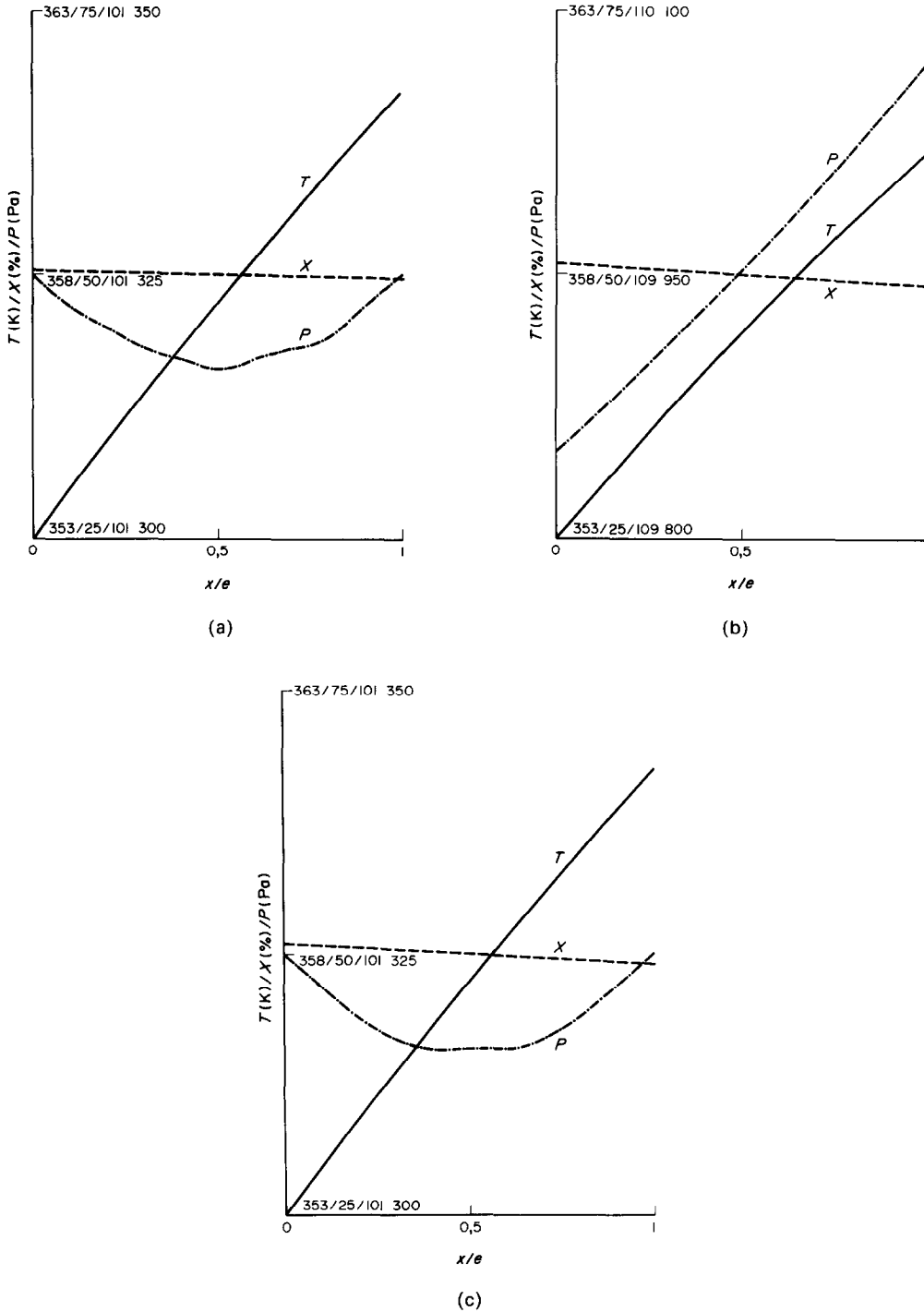
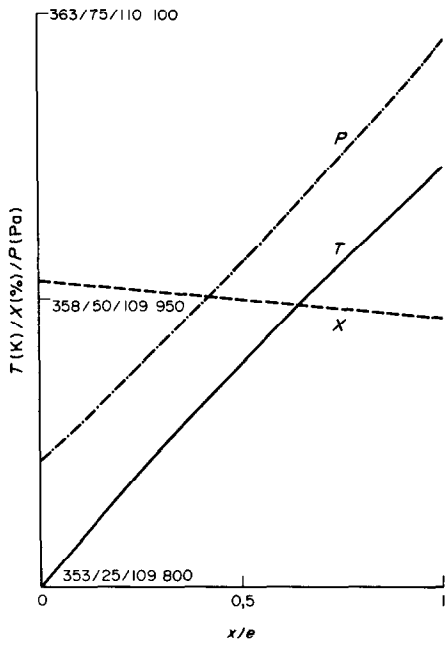
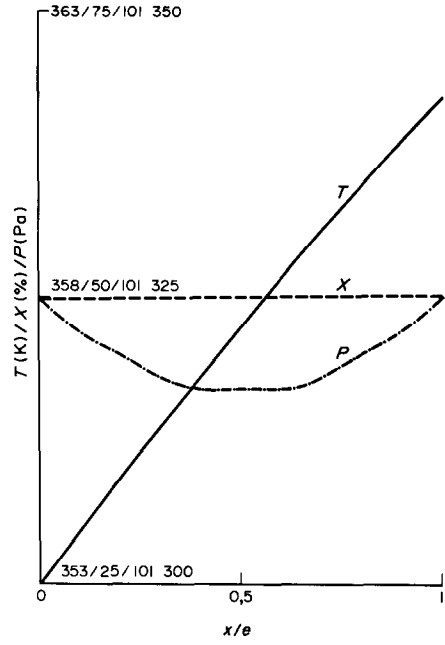


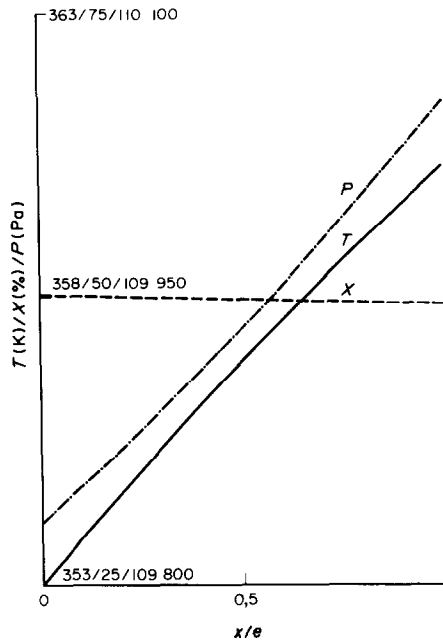
FIG. 3. Profils de température, d'humidité et de pression en régime permanent. 2ème cas :  $K_l = K_{sat} X^{*4}$ ,  $K_g = K_{sat} (1 - X^{*2}) (1 - X^{*})^2$ : (a)  $P = P_i$ ,  $\theta = \pi/2$ ; (b)  $q_a = 0$ ,  $\theta = \pi/2$ ; (c)  $P = P_i$ ,  $\theta = 0$ ; (d)  $q_a = 0$ ,  $\theta = 0$ ; (e)  $P = P_i$ ,  $\theta = \pi$ ; (f)  $q_a = 0$ ,  $\theta = \pi$ .



(d)



(e)



(f)

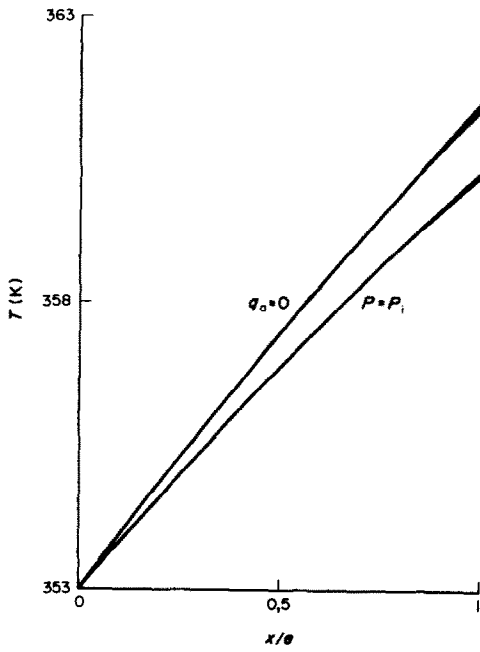
FIG. 3—continued.

Pour le régime transitoire, la conductivité thermique est déterminée par comparaison du thermogramme simulé de la face  $x = 0$  avec un modèle à diffusivité constante (Annexe 4) et ceci pour 4 points  $t_{1/3}$ ,  $t_{1/2}$ ,  $t_{2/3}$ ,  $t_{5/6}$ , correspondant à  $T_{\max}/3$ ,  $T_{\max}/2$ ,  $2T_{\max}/3$  et  $5T_{\max}/6$ .

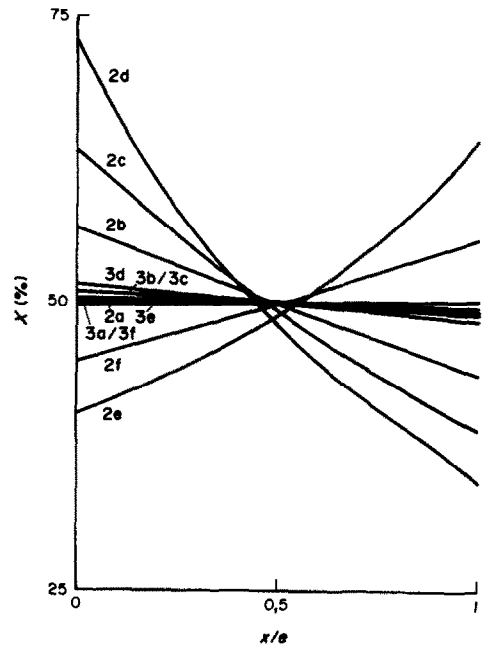
Les résultats sont regroupés sur le Tableau 3.

La Fig. 5 compare l'évolution de la température de la face  $x = 0$  pour le modèle complet et le modèle à diffusivité constante dans le cas des simulations à 353 K.

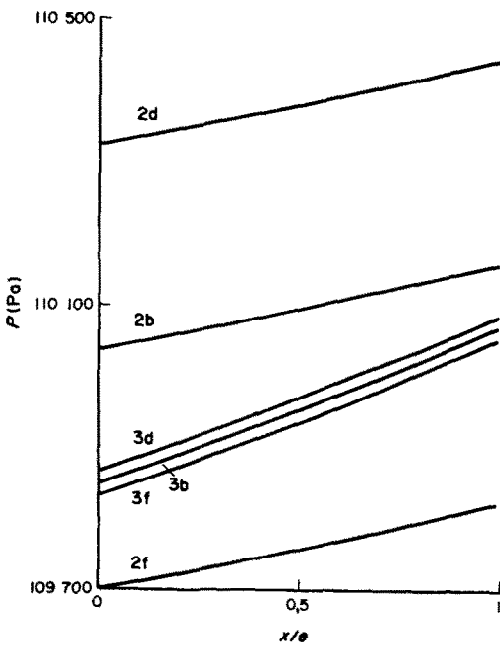
Le tableau et la figure montrent une bonne con-



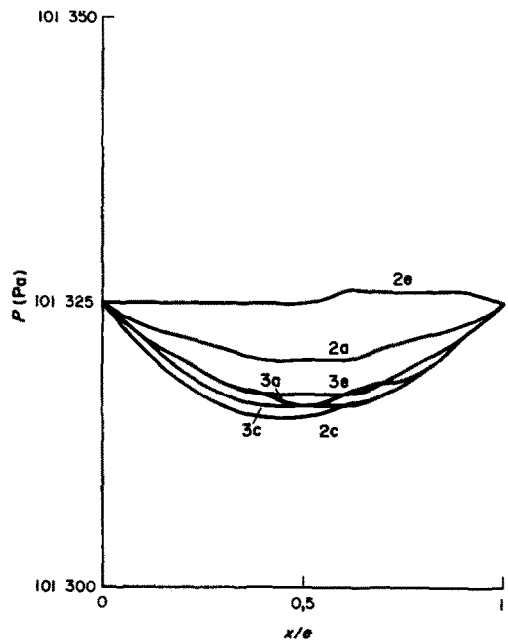
(a)



(b)



(c)



(d)

FIG. 4. Comparaison des profils de température (a), d'humidité (b) et de pression pour les différentes simulations,  $q_a = 0$  (c)  $P = P_i$  (d).

Tableau 1. Résultats en régime permanent. 1er cas :  $K_l = K_{sat}X^{*2}(2 - X^{*2})$ ,  $K_g = K_{sat}(1 + X^{*2}(2X^* - 3))$  ( $\theta = \pi/2$ , pas de gravité ;  $\theta = 0$ , g même sens que  $\theta x$  ;  $\theta = \pi$ , g sens contraire de  $\theta x$ )

Température (K)		Conditions aux limites	Gravité $\theta$	Conductivité "mesurée", $\lambda_m$ ( $W m^{-1} K^{-1}$ )	Conductivités simulées ( $W m^{-1} K^{-1}$ ) (à la température moyenne de l'échantillon)		
$T_{(x=0)}$	$T_{(x=e)}$				$\lambda$	$k_{11}$	$\lambda_{eq}$
353	360,29	$q_a = 0$	$\pi/2$	0,343	0,180	0,290	0,369
353	361,49	$P = P_i$	$\pi/2$	0,294	0,180	0,293	0,379
333	343,69	$q_a = 0$	$\pi/2$	0,234	0,180	0,228	0,238
333	343,92	$P = P_i$	$\pi/2$	0,229	0,180	0,228	0,238
313	325,48	$q_a = 0$	$\pi/2$	0,200	0,180	0,200	0,201
313	325,50	$P = P_i$	$\pi/2$	0,200	0,180	0,200	0,201
353	360,25	$q_a = 0$	0	0,345	0,180	0,290	0,369
353	361,41	$P = P_i$	0	0,297	0,180	0,293	0,379
333	343,65	$q_a = 0$	0	0,235	0,180	0,228	0,238
333	343,88	$P = P_i$	0	0,230	0,180	0,228	0,238
313	325,46	$q_a = 0$	0	0,200	0,180	0,200	0,201
313	325,48	$P = P_i$	0	0,200	0,180	0,200	0,201
353	360,31	$q_a = 0$	$\pi$	0,342	0,180	0,290	0,369
353	361,52	$P = P_i$	$\pi$	0,293	0,180	0,293	0,379
333	343,71	$q_a = 0$	$\pi$	0,233	0,180	0,228	0,238
333	343,95	$P = P_i$	$\pi$	0,228	0,180	0,228	0,238
313	325,49	$q_a = 0$	$\pi$	0,200	0,180	0,200	0,201
313	325,51	$P = P_i$	$\pi$	0,200	0,180	0,200	0,201

Tableau 2. Résultats en régime permanent. 2ème cas :  $K_l = K_{sat}X^{*4}$ ,  $K_g = K_{sat}(1 - X^{*2})(1 - X^{*2})^2$  (la gravité n'a aucune influence sur la répartition des températures)

Température (K)		Conditions aux limites	Conductivité "mesurée", $\lambda_m$ ( $W m^{-1} K^{-1}$ )	Conductivités simulées ( $W m^{-1} K^{-1}$ ) (à la température moyenne de l'échantillon)		
$T_{(x=0)}$	$T_{(x=e)}$			$\lambda$	$k_{11}$	$\lambda_{eq}$
353	360,31	$q_a = 0$	0,342	0,180	0,290	0,369
353	361,49	$P = P_i$	0,294	0,180	0,293	0,379
333	343,70	$q_a = 0$	0,234	0,180	0,228	0,238
333	343,92	$P = P_i$	0,229	0,180	0,228	0,238
313	325,48	$q_a = 0$	0,200	0,180	0,200	0,201
313	325,50	$P = P_i$	0,200	0,180	0,200	0,201

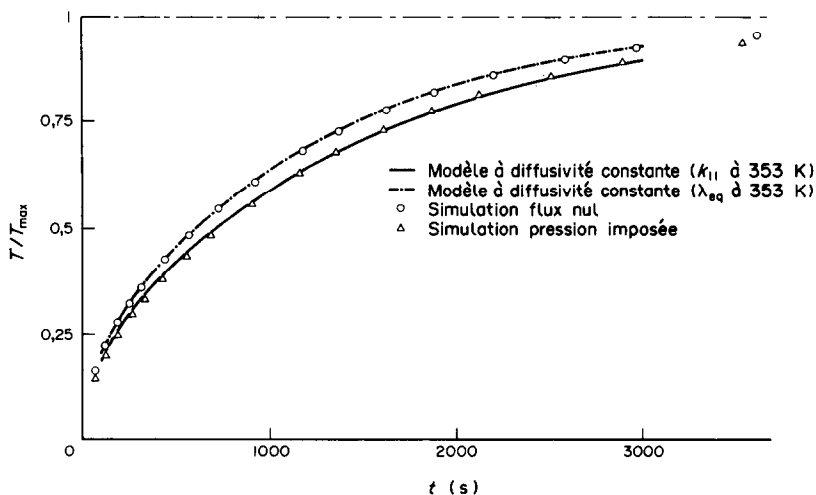


FIG. 5. Comparaison de la simulation type plaque chaude avec le modèle à diffusivité constante (simulation à 353 K sans pesanteur).

Tableau 3. Simulation à 353 K avec  $K_1 = K_{\text{sat}} X^{*2} (2 - X^{*2})$ ,  $K_r = K_{\text{sat}} (1 + X^{*2} (2X^* - 3))$  et pas de gravité

	Conductivités "mesurées" en transitoire, $\lambda_m$ ( $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ )				Mesure en permanent ( $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ )	Valeurs simulées, $A$			
	$t_{1/3}$	$t_{1/2}$	$t_{2/3}$	$t_{5/6}$		$T_i$	$\lambda_{\text{eq}}$	$k_{11}$	$\lambda_{\text{eq}}$
1	0,260	0,267	0,273	0,278	0,294	0,273	0,323	0,293	0,379
2	0,321	0,320	0,319	0,319	0,343	0,273	0,323	0,290	0,369

1, pression imposée  $P = P_i$ .2, flux d'air nul  $q_a = 0$ .

cordance dans les deux cas ( $P = P_i$  et  $q_a = 0$ ) si, contrairement au régime permanent, on calcule  $k_{11}$  et  $\lambda_{\text{eq}}$  à la température initiale de l'échantillon (et non à la température moyenne). Il faut remarquer que les valeurs mesurées sont différentes de celles obtenues en régime permanent.

La Fig. 6 donne à titre d'exemple, la répartition de l'humidité, de la pression et de la température au cours du temps dans les mêmes cas que précédemment.

3.2.2. Simulation type "flash". Les simulations type "flash" sont analysées à l'aide d'un modèle à diffusivité constante. Pour la technique d'identification, nous renvoyons à Degiovanni [16, 17]. Le modèle utilisé ici est celui de Parker puisque par hypothèse les échanges de chaleur sont nuls sur les faces de l'échantillon (Annexe 5).

Nous donnons dans les Tableaux 4 et 5 les valeurs

calculées en quatre points du thermogramme simulé de la face  $x = 0$  (correspondant à  $T_{\text{max}}/3$ ,  $T_{\text{max}}/2$ ,  $2T_{\text{max}}/3$  et  $5T_{\text{max}}/6$ ) ainsi que les valeurs des conductivités théoriques calculées à la température initiale.

La Fig. 7 compare l'évolution de la température de la face  $x = 0$  pour le modèle complet et le modèle à diffusivité constante pour les simulations à 353 K. Concernant l'influence des divers paramètres sur les conductivités "mesurées" et "simulées", les remarques faites à propos de la plaque chaude restent valables.

Les résultats pour les hautes températures ( $80^\circ\text{C}$ ) montrent une très bonne concordance entre les valeurs mesurées et  $\lambda_{\text{eq}}$  pour le cas flux d'air nul ( $q_a = 0$ ). Dans le cas pression imposée, les résultats ne sont concordants que pour des valeurs importantes du temps ( $t > t_{2/3}$ ); ceci s'explique par le fait que la tem-

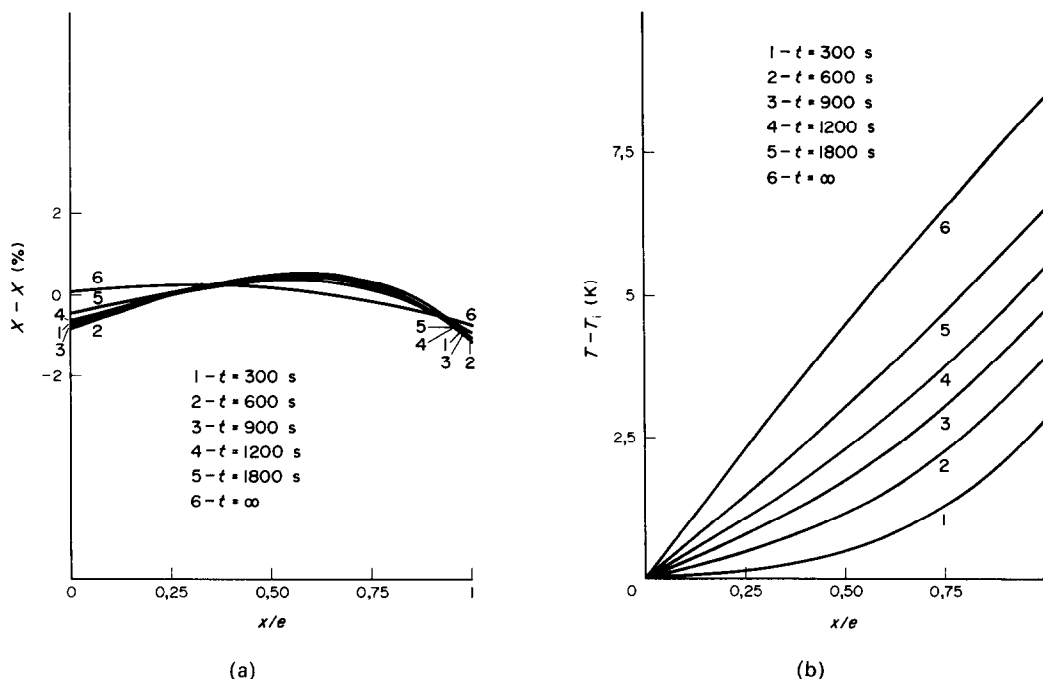


FIG. 6. Profils d'humidité, de température et de pression au cours du temps (simulation type plaque chaude à 353 K et sans pesanteur): (a) profils d'humidité (pression imposée); (b) profils de température (pression imposée); (c) profils de pression (pression imposée); (d) profil d'humidité (flux d'air nul); (e) profils de température (flux d'air nul); (f) profils de pression (flux d'air nul).

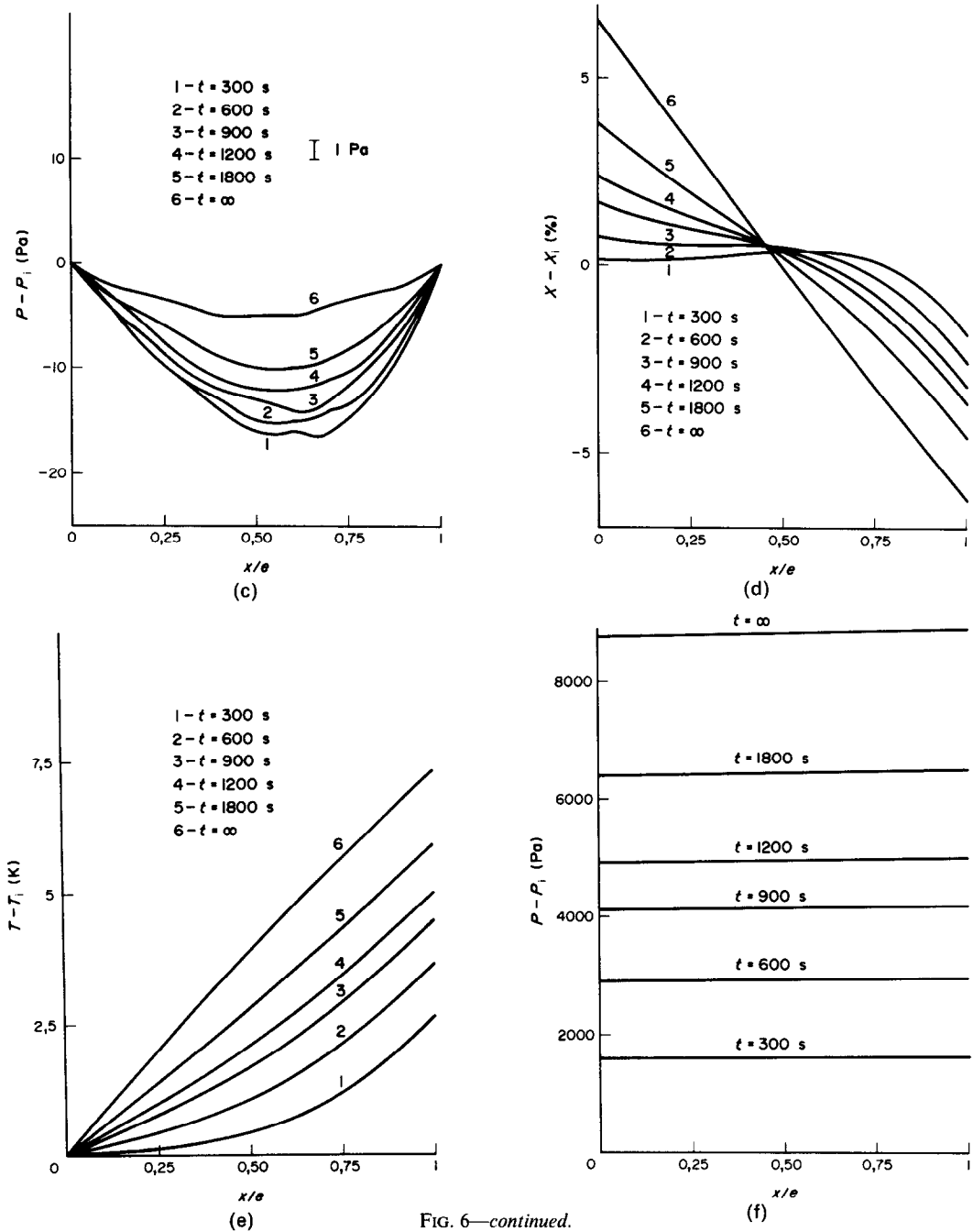


FIG. 6—continued.

Tableau 4. Résultats en régime transitoire (méthode "flash"). 1er cas:  $K_i = K_{sat} X^{*2} (2 - X^{*2})$ ,  $K_g = K_{sat} (1 + X^{*2} (2X^* - 3))$

$T_i$ (K)	Conditions aux limites	Conductivités "mesurées", $\lambda_m$ (W m <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )				Conductivités simulées (W m <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> ) (à la température initiale)		
		$t_{1/3}$	$t_{1/2}$	$t_{2/3}$	$t_{5/6}$	$\lambda$	$k_{11}$	$\lambda_{eq}$
313	$q_a = 0$	0,194	0,194	0,193	0,195	0,180	0,194	0,195
313	$P = P_i$	0,193	0,193	0,193	0,194	0,180	0,194	0,195
333	$q_a = 0$	0,223	0,222	0,222	0,223	0,180	0,218	0,223
333	$P = P_i$	0,215	0,216	0,216	0,217	0,180	0,218	0,223
353	$q_a = 0$	0,325	0,322	0,322	0,321	0,180	0,273	0,323
353	$P = P_i$	0,258	0,266	0,270	0,273	0,180	0,273	0,323

Tableau 5. Résultats en régime transitoire (méthode "flash"). 2ème cas:  $K_1 = K_{\text{sat}} X^{**4}$ ,  $K_x = K_{\text{sat}}(1 - X^{**2})(1 - X^{**})^2$ 

$T_i$ (K)	Conditions aux limites	Conductivités "mesurées", $\lambda_m$ (W m <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )				Conductivités simulées (W m <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> ) (à la température initiale)		
		$t_{1/3}$	$t_{1/2}$	$t_{2/3}$	$t_{5/6}$	$\lambda$	$k_{11}$	$\lambda_{\text{eq}}$
313	$q_x = 0$	0,194	0,194	0,193	0,194	0,180	0,194	0,195
313	$P = P_i$	0,193	0,193	0,192	0,194	0,180	0,194	0,195
333	$q_x = 0$	0,223	0,222	0,222	0,223	0,180	0,218	0,223
333	$P = P_i$	0,214	0,216	0,216	0,217	0,180	0,218	0,223
353	$q_x = 0$	0,324	0,322	0,321	0,321	0,180	0,273	0,323
353	$P = P_i$	0,258	0,266	0,270	0,272	0,180	0,273	0,323

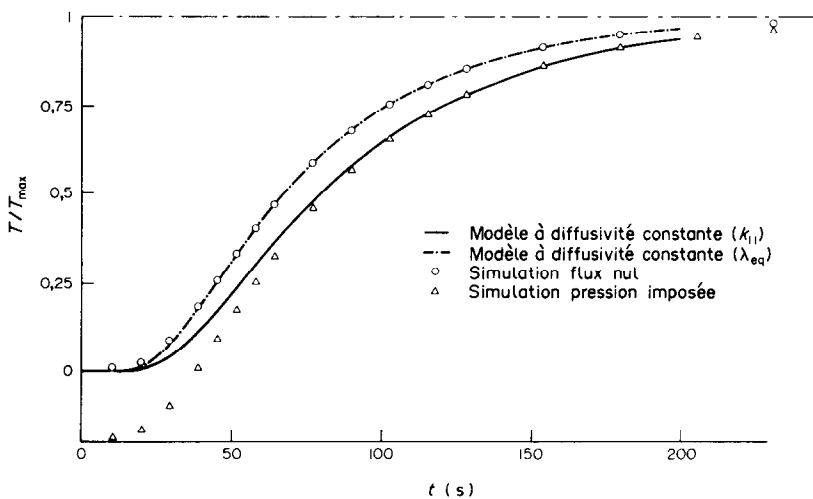


Fig. 7. Comparaison de la simulation type flash avec le modèle à diffusivité constante (simulation à 353 K sans pesanteur).

pérature de la face arrière de l'échantillon commence par décroître immédiatement après l'impulsion (Fig. 7).

La Fig. 8 donne à titre d'exemple la répartition de l'humidité, de la température et de la pression au cours du temps dans les mêmes cas que précédemment (les temps choisis correspondent à des valeurs particulières de la température de la face  $x = 0$ ; soit  $T_{\text{max}}/3$ ,  $T_{\text{max}}/2$ ,  $2T_{\text{max}}/3$ ,  $5T_{\text{max}}/6$  et  $T_{\text{max}}$ ). Dans le cas pression imposée, on constate à la fois des variations très faibles de l'humidité et de la pression et de faibles gradients de ces grandeurs, ce qui explique la bonne concordance entre conductivité "mesurée" et  $k_{11}$ .

#### 4. CONCLUSION

D'une part, l'analyse que nous avons proposée des mécanismes de transport dans les milieux poreux non saturés en admettant une échelle de description pour laquelle le milieu est assimilable à un milieu continu, met en lumière les points suivants :

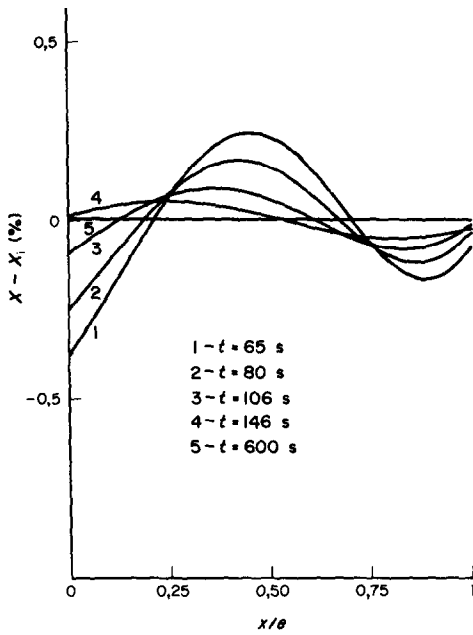
(1) La nécessité de recourir à des descriptions plus fines pour obtenir une meilleure description des phénomènes notamment en ce qui concerne la notion de conductivité thermique d'un milieu poreux humide.

(2) l'importance capitale de la prise en considération du mouvement de la phase gazeuse, même à des températures inférieures au point d'ébullition de l'eau.

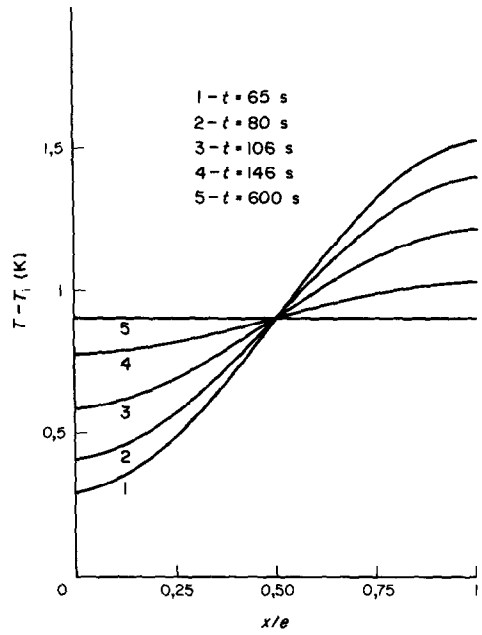
D'autre part, l'application du modèle à la détermination de la conductivité thermique met, de façon générale, en évidence l'importance des mouvements induits par le gradient de pression totale en phase gazeuse.

On constate, paradoxalement, qu'en régime permanent et pour une pression imposée ( $P = P_i$ ), la conductivité "mesurée" est en bon accord avec la conductivité "apparente" ( $k_{11}$ ). Or, dans ce cas, le gradient de pression est toujours très faible, le gradient d'humidité variant quant à lui très fortement avec les autres paramètres (perméabilité, pesanteur); ce

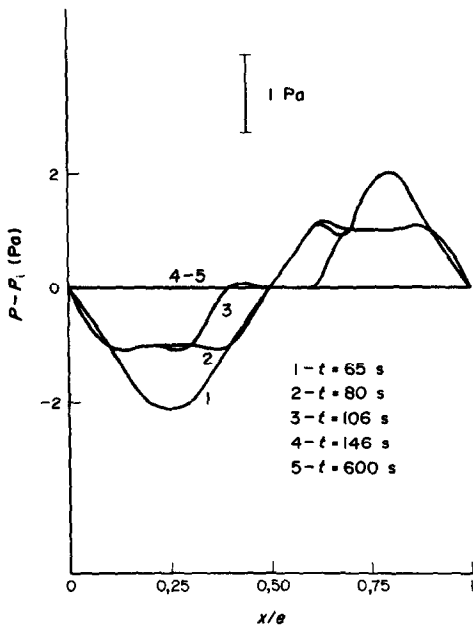




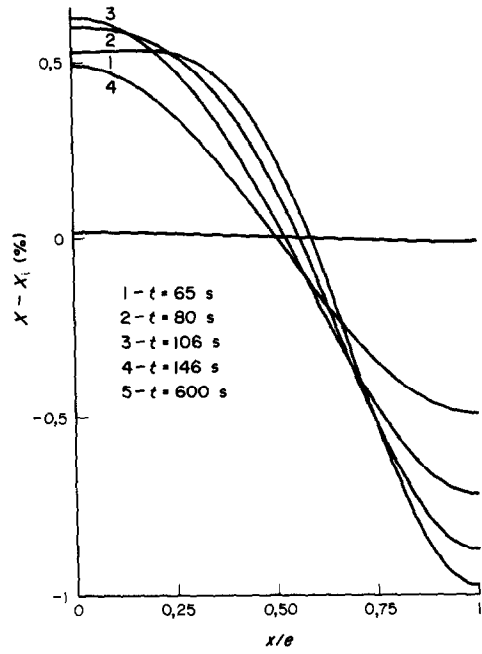
(a)



(b)



(c)



(d)

FIG. 8. Profils d'humidité, de température et de pression au cours du temps (simulation type flash,  $T_i = 353$  K et sans pesanteur): (a) profils d'humidité (pression imposée); (b) profil de température (pression imposée); (c) profils de pression (pression imposée); (d) profils d'humidité (flux d'air nul); (e) profils de température (flux d'air nul); (f) profils de pression (flux d'air nul).

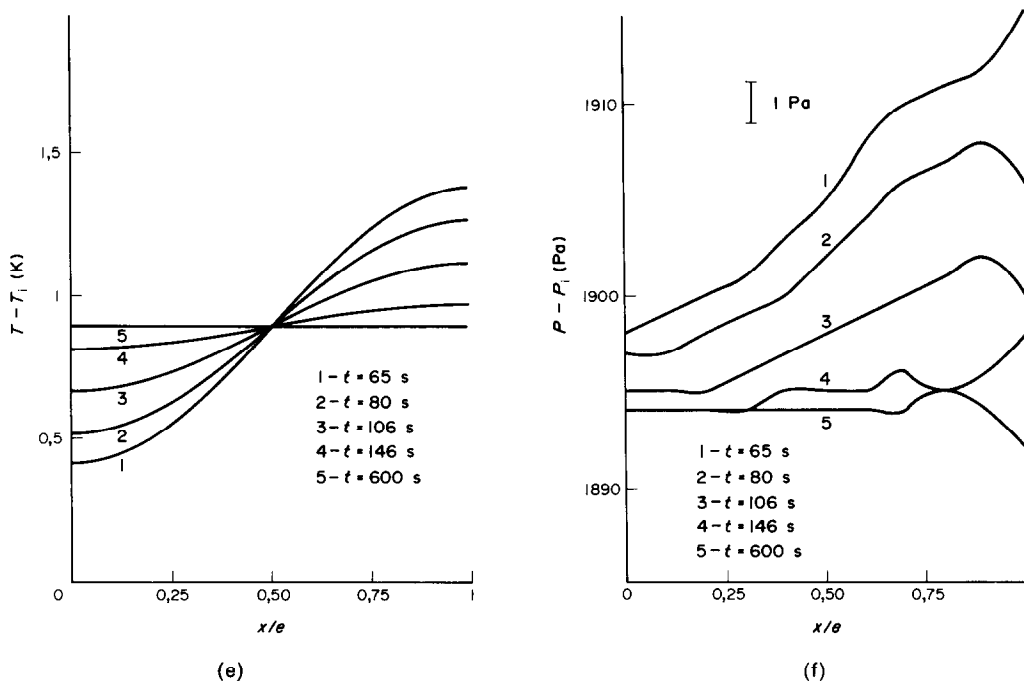


FIG. 8—continued.

résultat est une démonstration de l'importance fondamentale du gradient de pression.

De même, paradoxalement, pour un flux d'air nul ( $q_a = 0$ ), la conductivité "mesurée" n'est pas en bon accord avec la conductivité "équivalente" ( $\lambda_{eq}$ ). Dans ce cas, le désaccord est dû à la forte variation de  $\lambda_{eq}$  avec la température.

Il semble donc possible d'effectuer des mesures de conductivité en régime permanent sur des matériaux poreux humides non saturés en imposant, d'une part la pression atmosphérique et d'autre part un flux de masse d'eau nul ( $q_1 + q_v = 0$ ) sur les faces de l'échantillon. Ces conditions théoriques sont expérimentalement extrêmement difficiles à mettre en oeuvre; il s'agit de recouvrir l'échantillon d'une couche poreuse à l'air et imperméable à l'eau liquide ou vapeur.

En ce qui concerne les mesures en régime transitoire, on constate un bon accord (si l'on utilise les thermogrammes aux temps longs) quelles que soient les conditions aux limites. Dans ces conditions, la méthode "flash" paraît la plus indiquée, les conditions réelles d'expérimentation étant très proches des conditions théoriques: système sensiblement isolé durant le temps d'expérimentation (toujours très court), soit flux de masse d'eau nul ( $q_1 + q_v = 0$ ) et pression imposée ( $P = P_1$ ). La conductivité "mesurée" s'identifie alors à la conductivité "apparente" ( $k_{11}$ ). Une manipulation de type plaque chaude avec échantillon hermétiquement clos ( $q_a = 0$ ,  $q_1 + q_v = 0$ ) est également envisageable sur le plan expérimental. La conductivité "mesurée" s'identifie alors à la conductivité "équivalente" ( $\lambda_{eq}$ ).

*Remerciements*—Ce travail a été effectué grâce à l'aide de E.D.F. et dans le cadre du GRECO CNRS No. 72.

## REFERENCES

1. S. Whitaker, Heat and mass transfer in granular porous media, *Adv. Drying* **1**, 23–61 (1980).
2. J. C. Benet and P. Jouanna, Phenomenological relation of phase change of water in a porous medium: experimental verification and measurement of the phenomenological coefficient, *Int. J. Heat Mass Transfer* **25**, 1747–1754 (1982).
3. J. C. Benet et P. Jouanna, Non équilibre thermodynamique dans les milieux poreux non saturés avec changement de phase, *Int. J. Heat Mass Transfer* **26**, 1585–1595 (1983).
4. O. Krischer und K. Kröll, *Die wissenschaftliche Grundlagen der Trocknungstechnik*. Springer, Berlin (1963).
5. C. Moyne and A. Degiovanni, Importance of gas phase momentum equation in drying above the boiling of water, *Proceedings of Fourth International Drying Symposium*, Kyoto, Vol. 1, pp. 119–126 (1984).
6. S. Whitaker, Simultaneous heat, mass and momentum transfer in porous media. A theory of drying, *Adv. Heat Transfer* **13**, 119–203 (1977).
7. P. Crausse, G. Bacon et S. Bories, Etude fondamentale des transferts couplés chaleur-masse en milieu poreux, *Int. J. Heat Mass Transfer* **24**, 991–1004 (1981).
8. W. A. Jury and J. Letey, Jr., Water vapor movement in soil: reconciliation of theory and experiment, *Soil Sci. Soc. Am. J.* **43**, 823–827 (1979).
9. J. van Brakel and P. M. Heertjes, Analysis of diffusion in macroporous media in terms of a porosity, a tortuosity and a constrictivity factor, *Int. J. Heat Mass Transfer* **17**, 1093–1103 (1974).
10. M. Kuramae, On the vapour transfer rate in porous media under a temperature gradient, *Proceedings of Fourth International Drying Symposium*, Kyoto, Vol. 2, pp. 797–803 (1984).

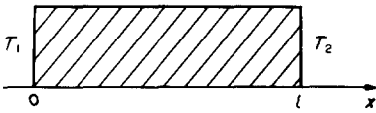
11. J. R. Philip and D. A. de Vries, Moisture movement in porous materials under temperature gradients, *Trans. Am. Geophys. Un.* **38**, 222-232 (1957).
12. S. Whitaker, Heat and mass transfer in porous media. In *Fundamentals of Transport Phenomena in Porous Media* (Edited by J. Bear et al.) (1984).
13. S. Bories, G. Bacon et D. Monferran, Influence de la teneur en eau et de la température sur la conductivité thermique des milieux poreux non saturés, 7ème Symposium International de l'A.I.R.H., Toulouse (1980).
14. C. Langlais, Transfert de chaleur à travers les isolants fibreux en présence d'humidité, *Journée Etud. G.U.T.* 6 Mars (1985).
15. F. A. L. Dullien, *Porous Media, Fluid Transport and Pore Structure*. Academic Press, New York (1979).
16. A. Degiovanni, Diffusivité et méthode flash, *Revue Gén. Thermique* No. 185, 420-442 (Mai 1977).
17. A. Degiovanni, Thermal diffusivity identification using partial time moments, 9th European Conference on Thermophysical Properties, Manchester (Sept. 1984).

**ANNEXE 1**

*Exemple d'évaluation de l'importance des termes convectifs*

A titre d'exemple, nous évaluons l'importance des termes convectif dans l'équation du bilan enthalpique dans le cas simple suivant :

- (a) régime permanent ;
- (b) système clos ;
- (c) transfert monodimensionnel.



Soit le système :

$$\left\{ \begin{aligned} q_1 \cdot C_{p1} \nabla T + q_v \cdot C_{pv} \nabla T &= \nabla \cdot (\lambda \nabla T) - \dot{m} L_v \\ \nabla \cdot q_v &= \dot{m} \\ \nabla \cdot q_1 &= -\dot{m} \\ \nabla \cdot q_s &= 0 \end{aligned} \right. \quad (A1-1)$$

en utilisant les conditions aux limites (système clos) :

$$\begin{aligned} q_s &= 0 \\ q_v + q_1 &= 0 \end{aligned} \quad (A1-2)$$

d'où

$$\nabla \cdot (\lambda \nabla T) - \dot{m} L_v - q_v \cdot (C_{pv} - C_{p1}) \nabla T = 0.$$

En intégrant sur le domaine, il vient :

$$\left[ \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right]_0^l - L_v \int_0^l \dot{m} dx - (C_{pv} - C_{p1}) \int_0^l q_v \frac{\partial T}{\partial x} dx = 0 \quad (A1-3)$$

et en observant que :

$$\int_0^l \dot{m} dx = [q_v]_0^l \quad (A1-4)$$

$$\int_0^l q_v \frac{\partial T}{\partial x} dx = [q_v T]_0^l - \int_0^l T \frac{\partial q_v}{\partial x} dx \quad (A1-5)$$

$$\int_0^l T \frac{\partial q_v}{\partial x} dx = T [q_v]_0^l \quad (A1-6)$$

avec

$$T_{x=0} \leq \bar{T} \leq T_{x=l}$$

pourvu que  $\partial q_v / \partial x$  garde un signe constant (sinon on raisonne par intervalle de même signe). L'équation (A1-3) devient :

$$\left[ \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right]_0^l - (q_v)_{x=l} [L_v + (C_{pv} - C_{p1}) ((T)_{x=l} - \bar{T})] + (q_v)_{x=0} [L_v + (C_{pv} - C_{p1}) (\bar{T} - (T)_{x=0})] = 0. \quad (A1-7)$$

Dans tous les cas, les termes convectifs seront négligeables si

$$(C_{pv} - C_{p1}) ((T)_{x=l} - (T)_{x=0}) \ll L_v.$$

Dans le cas qui nous intéresse :

$$L_v / (C_{pv} - C_{p1}) \approx 820 \text{ K.}$$

Il faut donc que :

$$(T)_{x=l} - (T)_{x=0} \ll 820 \text{ K.}$$

**ANNEXE 2**

*Influence de sources de chaleurs hétérogènes sur le calcul de la conductivité "vraie"*

A titre d'exemple nous montrons dans un cas particulier l'influence de sources de chaleurs hétérogènes sur le calcul de la conductivité "vraie" du milieu homogène équivalent au milieu poreux.

Imaginons un milieu poreux constitué de l'empilement régulier de cellule-unité représenté sur la Fig. A1.

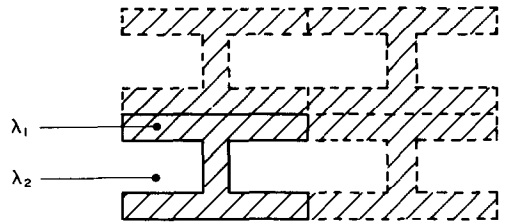


FIG. A1.

Le milieu 1 représente les phases solide et liquide, le milieu 2 la phase gazeuse. Si nous négligeons l'aspérité, la cellule-unité se présente sous la forme d'un empilement de trois milieux (Fig. A2).

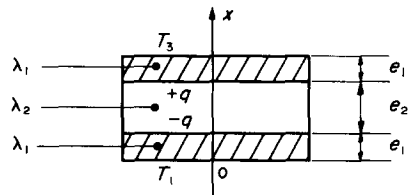
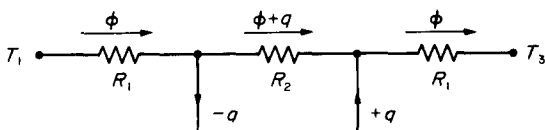


FIG. A2.

Supposons de plus un mécanisme d'évaporation-condensation à l'échelle des pores et traduisons ce mécanisme par une source surfacique de densité  $+q$  à l'interface des milieux 1 et 2 côté "froid" et  $-q$  à l'interface 2 et 1 côté "chaud".

Le problème est de remplacer cette cellule-unité par un milieu homogène équivalent (d'épaisseur  $2e_1 + e_2$ ).

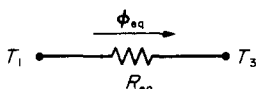
Soit le circuit équivalent à l'empilement :



avec

$$R_1 = \frac{e_1}{\lambda_1} \quad \text{et} \quad R_2 = \frac{e_2}{\lambda_2}$$

le circuit équivalent au milieu homogène :



le système à résoudre est le suivant :

$$\begin{cases} 2R_1\phi + R_2(\phi + q) = \Delta T \\ R_{eq}\phi_{eq} = \Delta T. \end{cases} \quad (\text{A2-1})$$

Le schéma de l'empilement n'étant pas à flux conservatif, la valeur de la résistance équivalente ( $R_{eq}$ ) dépend du choix du flux équivalent ( $\phi_{eq}$ ). Ici plusieurs approches sont possibles :

(a) l'approche simpliste, consistant à observer la cellule-unité de l'extérieur, soit  $\phi_{eq} = \phi$  ;

(b) l'approche, plus élaborée, par prise de moyenne sur le milieu initial [12] et qui dans ce cas particulier revient à prendre pour flux équivalent une moyenne des flux traversant les diverses couches, pondérée par les épaisseurs des couches (dans le cas général par les porosités), soit :

$$\phi_{eq} = \frac{2\phi e_1 + (\phi + q)e_2}{2e_1 + e_2} = \phi \varepsilon_1 + (\phi + q)\varepsilon_2. \quad (\text{A2-2})$$

Dans le premier cas on trouve :

$$\lambda = \lambda_p \left[ 1 + \frac{q}{\|\nabla T\|} \frac{\varepsilon_2}{\lambda_2} \right] \quad (\text{A2-3})$$

avec

$$\|\nabla T\| = \left[ \frac{\Delta T}{2e_1 + e_2} \right].$$

Dans le second :

$$\lambda = \lambda_p \left[ 1 + \frac{q}{\|\nabla T\|} \varepsilon_1 \varepsilon_2 \left( \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right) \right] \quad (\text{A2-4})$$

avec

$$\begin{aligned} \nabla T &= T_1 - T_3 \\ \lambda_p &= \varepsilon_1/\lambda_1 + \varepsilon_2/\lambda_2 \end{aligned}$$

(conduction équivalente du milieu passif ( $q = 0$ )).

Deux remarques peuvent être faites à la suite de ce calcul :

(a) la conductivité "vraie" dépend de la manière de calculer le flux équivalent.

(b) la conductivité "vraie" n'est pas a priori égale à la

conductivité équivalente du milieu passif. On pourrait obtenir ce résultat, il faudrait pour cela pondérer les flux par les résistances au lieu des épaisseurs, soit :

$$\phi_{eq} = [2\phi R_1 + (\phi + q)R_2]/(2R_1 + R_2). \quad (\text{A2-5})$$

### ANNEXE 3

$$\rho_o = 540 \text{ kg m}^{-3}$$

$$C_p = 837 + 4185X \text{ J kg}^{-1}$$

$$e = 0,79$$

$$L_v = 2500800 - 2441(T - 273,15) \text{ J kg}^{-1}$$

$$p_{vs} = \exp(25,27 - 5123,25/T) \text{ Pa}$$

$$\lambda = (0,339 + 0,308X)/(2,776 + (0,525 - 1,174X)X) \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$a_{ml} = 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$$

$$X_{\text{hygr}} = 0,07$$

$$X_{\text{sat}} = \varepsilon \rho_o / \rho_o$$

$$D^* = (2,349 \cdot 10^{-9} - 1,588 \cdot 10^{-9}X)T^{0,81} \text{ M m}^2 \text{ s}^{-1}$$

$$M_v = 0,018 \text{ kg}$$

$$M_a = 0,029 \text{ kg}$$

$$v_g = \mu_g RT/P/M \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$$

$$\mu_g = (1 - u_v)\mu_a/(1 - u_v + 0,2188u_v(1 + 0,8876$$

$$\sqrt{(\mu_a/\mu_v)^2 + u_v\mu_v/(u_v + 0,2777(1 - u_v))}$$

$$(1 + 1,1266\sqrt{(\mu_a/\mu_v)})^2 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

$$\mu_a = 0,59 \cdot 10^{-3} + 4,2 \cdot 10^{-8} T \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

$$\mu_v = -0,326 \cdot 10^{-5} + 4,1245 \cdot 10^{-8} T \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

$$u_v = p_v/P$$

$$v_l = \exp(-19,4589 + 1635,4/T) \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}.$$

### ANNEXE 4

Modèle à diffusivité constante (plaque chauffée)

Le système se réduit à :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{A4-1})$$

avec les conditions aux limites et initiales :

$$\begin{cases} \lambda \frac{\partial T}{\partial x} = q, & x = 0 \\ T = 0, & x = e \\ T = 0, & t = 0 \end{cases} \quad (\text{A4-2})$$

dont la solution à variables séparées est :

$$T = \sum_1^{\infty} \frac{2q}{\lambda} \frac{e}{\beta_n^2} \cos(\beta_n x/e) [1 - \exp(-\beta_n^2 at/e^2)] \quad (\text{A4-3})$$

avec

$$\beta_n = (2n - 1)\pi/2.$$

En  $x = 0$  la solution devient :

$$T = \frac{qe}{\lambda} \left[ 1 - \sum_1^{\infty} \frac{2}{\beta_n^2} \exp(-\beta_n^2 at/e^2) \right] \quad (\text{A4-4})$$

d'où les temps pour :

$$T = T_{\text{max}}/3 \rightarrow t_{1/3} = 0,08725 e^2/a$$

$$T = T_{\text{max}}/2 \rightarrow t_{1/2} = 0,1967 e^2/a$$

$$T = 2T_{\text{max}}/3 \rightarrow t_{2/3} = 0,360 e^2/a$$

$$T = 5T_{\text{max}}/6 \rightarrow t_{5/6} = 0,641 e^2/a.$$

### ANNEXE 5

Modèle à diffusivité constante (méthod "flash")

Le système se réduit à :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{A5-1})$$

avec les conditions aux limites et initiales :

$$\begin{cases} \lambda \frac{\partial T}{\partial x} = q\delta_0, & x = 0 \\ \lambda \frac{\partial T}{\partial x} = 0, & x = e \\ T = 0, & t = 0 \end{cases} \quad (A5-2)$$

(avec  $\delta_0$  la fonction de Dirac au temps  $t = 0$ ) dont la solution à variables séparées est :

$$T = \frac{q}{\rho c e} \left[ 1 + 2 \sum_1^{\infty} \cos(\beta_n x/e) \exp(-\beta_n^2 at/e^2) \right] \quad (A5-3)$$

avec

$$\beta_n = n\pi.$$

En  $x = e$  la solution devient :

$$T = \frac{q}{\rho c e} \left[ 1 + 2 \sum_1^{\infty} (-1)^n \exp(-\beta_n^2 at/e^2) \right] \quad (A5-4)$$

d'où les temps pour :

$$T = T_{\max}/3 \rightarrow t_{1/3} = 0,107 e^2/a$$

$$T = T_{\max}/2 \rightarrow t_{1/2} = 0,139 e^2/a$$

$$T = 2T_{\max}/3 \rightarrow t_{2/3} = 0,181 e^2/a$$

$$T = 5T_{\max}/6 \rightarrow t_{5/6} = 0,252 e^2/a.$$

### THERMAL CONDUCTIVITY OF POROUS WET BODIES: THEORETICAL EXAMINATION AND MEASUREMENT FEASIBILITY

**Abstract**—We develop here a mathematical model of simultaneous heat and mass transfer in unsaturated porous media. We put forward the influence of the total pressure gradient in the gaseous phase on the mass transfer contrary to the classical models where only two driving forces are taken into account: a temperature and a moisture gradient. We use this model on the one hand to investigate the theoretical notion of the apparent thermal conductivity of a wet porous medium and on the other hand to simulate a hot plate measurement and an unsteady state one ("flash" method). We show the great importance of both the total pressure gradient and the boundary conditions, that is to say of the measurement technique on the results.

### WÄRMELEITFÄHIGKEIT VON PORÖSEN NASSEN KÖRPERN: THEORETISCHE UNTERSUCHUNG UND HINWEISE AUF DIE MESSTECHNIK

**Zusammenfassung**—Es wird ein mathematisches Modell für die gleichzeitige Wärme- und Stoffübertragung in ungesättigten porösen Medien entwickelt. Dabei steht der Einfluß des Gesamt-Druckgradienten in der Gasphase auf den Stofftransport im Vordergrund—im Gegensatz zu den klassischen Modellen, bei denen nur zwei treibende Kräfte berücksichtigt werden : ein Temperatur- und ein Feuchtegradient. Dieses Modell wird einerseits zur Untersuchung der scheinbaren Wärmeleitfähigkeit eines nassen porösen Stoffes benutzt und andererseits zur Simulation einer Heiß plattenmessung und einer instationären Messung ("flash"-Methode). Gezeigt wird die große Bedeutung sowohl des Gesamt-Druckgradienten als auch der Randbedingungen (was gleichbedeutend ist mit dem Einfluß der Meßtechnik).

### ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ПОРИСТЫХ ВЛАЖНЫХ ТЕЛ: ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ И МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ

**Аннотация**—Создана математическая модель тепло-и массообмена в ненасыщенных пористых средах. В отличие от классических моделей, в которых рассматривались только две силы—температурный градиент и градиент влажности, в предлагаемой модели учитывается влияние на массообмен общего градиента давления газовой фазы. Данная модель использовалась для изучения теоретических представлений о явной теплопроводности влажной пористой среды, а также для термоанемометрического метода измерений (метода «вспышки»). Показано важное влияние общего градиента давления и граничных условий, т.е. техники измерений, на результаты исследований.